

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНСЕНСУСА В СОЦИАЛЬНОЙ ГРУППЕ ПРИ НАЛИЧИИ ЛИДЕРА И РУКОВОДИТЕЛЯ

Аронов И. З., д-р техн. наук, проф., Московский государственный институт международных отношений (университет), ФГБУ «РСТ»

Максимова О. В., канд. техн. наук, Институт глобального климата и экологии имени академика Ю. А. Израэля, Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

В статье на основе математического моделирования процесса формирования консенсуса в социальной группе, например, в техническом комитете по стандартизации, исследуются вопросы, как меняется время его достижения при наличии в группе неформального руководителя (лидера) или формального руководителя, какие факторы влияют на структуру консенсусного решения в каждом случае.

Из результатов моделирования заключается, что присутствие в группе лидера обеспечивает более взвешенное, учитывающее позиции других членов группы, решение. При наличии в ней формального руководителя консенсус достигается в среднем за меньшее число согласований (при прочих равных условиях), но групповое решение основывается только на мнении самого руководителя, т.е. качество решения более низкое. Установлено, что вариабельность среднего числа согласований в группе больше для случая наличия в ней лидера по сравнению с присутствием руководителя. Тем самым подтверждается, что лидерство – это система отношений в группе, более сложная, чем руководство. Авторитарность членов группы влияет на скорость достижения консенсуса в обоих случаях (наличие руководителя или лидера): чем выше средняя авторитарность группы, тем большее число согласований в среднем требуется для обеспечения консенсусного решения. Построенные регрессионные модели зависимости числа согласований до достижения консенсуса от средней авторитарности членов группы имеют гиперболический вид и показывают, что число согласований в ситуации с лидером в среднем на 13,5% больше, чем в ситуации с руководителем (при прочих равных условиях).

Результаты моделирования позволяют обобщить факты групповой динамики в малых группах на случай больших социальных групп, таких как технические комитеты по стандартизации.

Ключевые слова: консенсус, лидер, руководитель, социальные группы, марковские цепи, время достижения консенсуса.

ВВЕДЕНИЕ

Любая организация, большая или маленькая, состоит из групп (подразделений), в которых люди взаимодействуют, влияют друг на друга, принимают решения с учетом мнений других людей. Такое поведение индивидумов в группах охватывается понятием «групповая динамика», введенным социальным психологом Куртом Левиним в начале 1940-х годов. По определению К. Левина, «групповая динамика – это дисциплина, исследующая положительные и отрицательные силы, которые действуют в данной группе» [1].

Групповая динамика проявляется, в том числе, в таких процессах, как руководство и лидерство в группе [2]. Руководство при этом рассматривают как процесс управле-

ния людьми (персоналом), направленный на достижение целей организации (группы) путем осуществления властных полномочий, осуществляемый руководителем [3]. В свою очередь лидерство – это процесс влияния на группу людей, чтобы повлечь их за собой для достижения определенных целей [4, 5]; соответственно лидер (неформальный руководитель) – это человек, который оказывает влияние на группу людей, как правило, без осуществления властных полномочий [6, 7].

Таким образом, лидер управляет людьми в силу того, что они ему доверяют, в отличие от руководителя, который управляет персоналом в организации (группе) в силу своего служебного положения [7, 8]. На эту тему образно высказался Сунь-Цзы, великий китайский стратег V века до рождения Христа [9]: «Вождь (лидер) ведет не силой, а примером».

Следует отметить, что определение термина «лидерство» существенно менялось на протяжении более столетия: если в первой трети XX века лидерство определялось как «умение внушать волю лидера ведомым (последователям) и вызывать послушание, уважение, лояльность и сотрудничество», то в настоящее время лидерство понимается как «процесс, посредством которого человек влияет на группу людей для достижения общей цели» [5].

Таким образом, лидерство – преимущественно на психологическом, а руководство – на социальном, уровнях направляют людей на решение стоящих перед группой задач и достижение группового решения [10]. Более детально и полно различие в стилях менеджмента описал Беннис Уоррен [11], американский теоретик лидерства (табл. 1).

стижения консенсуса, и какими особенностями будет обладать групповое решение с участием лидера в группе в отличие от общего решения, принимаемого при наличии авторитарного руководителя, обсуждается далее в работе. Здесь под консенсусом будем понимать «общее согласие, характеризующееся отсутствием серьезных возражений по существенным вопросам у большинства заинтересованных сторон и достигаемое в результате процедуры, стремящейся учесть мнения всех сторон и сблизить несовпадающие точки зрения» [12].

Исследуем, как сказываются стили управления группой на время достижения консенсуса, используя модель консенсуса, рассмотренную в работах авторов [13]. Итак, цель статьи – сравнительный анализ времени достижения консенсуса и его вариабельности, а также структуры

Таблица 1

Разница в стилях управления руководителя и лидера

СТИЛЬ УПРАВЛЕНИЯ РУКОВОДИТЕЛЯ	СТИЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ЛИДЕРА
Сосредоточен на настоящем	Сосредоточен на будущем
Ориентирован на подчинение	Ориентирован на доверие
Использует служебное влияние	Использует личностное влияние
Поддерживает обычный порядок	Развивает организацию

Лидер направляет команду, организуя ее деятельность и мотивируя, а не принуждает к каким-либо действиям и не навязывает свою собственную позицию, в отличие от руководителя. Известно, что когда возрастает численность группы, то роль управления в формировании коллективного мнения усиливается.

Тема соотношения лидерства и руководства в настоящее время актуальна и востребована, так как во многих структурах лидерство вытесняет сложившуюся десятилетиями необходимость авторитарного¹ руководства. В процессе принятия группового решения особое место занимают явления, характеризующиеся взаимодействием людей в ситуациях заключения сделок и ведения переговоров и имеющие своим результатом выработку согласованного решения, так как присутствие временного фактора делает необходимым поиск индивидами обоюдного выбора [10]. Это особенно ярко проявляется в ситуации, когда функциональная структура менеджмента трансформируется в процессную в соответствии с международными стандартами ИСО серии 9000. Действительно, что может сделать лидер с точки зрения воздействия на группу для до-

группового решения в случае наличия формального руководителя (далее будем использовать для такого случая слово «руководитель») в группе и лидера. Применительно к деятельности технических комитетов по стандартизации (далее – ТК) частично эти вопросы были затронуты в работах [13, 14].

Следует подчеркнуть, что настоящее моделирование дополняет полевые исследования социальной динамики в группах, поскольку, как было отмечено в [3, 15], проведение реальных исследований, к сожалению, возможно только в малых группах (числом не более пяти человек), причем наиболее часто в лабораторных условиях.

О сложности такого исследования свидетельствует тот факт, что анализ различных аспектов, влияющих на сплоченность операторов (космонавтов), до настоящего времени проводится с помощью программно-технических средств, разработанных на основе электронного прибора «Гомеостат Горбова», предложенного для малых групп [16].

Отметим также, что изучение консенсуса на практике в рамках социальной психологии ставит множество вопросов, связанных с обеспечением воспроизводимости результатов исследования. Как следует из фундаменталь-

¹ Авторитарность (от лат. *autoritas* – влияние, власть) – социально-психологическая характеристика личности, отражающая ее стремление максимально подчинить своему влиянию партнеров по взаимодействию и общению.

ного исследования коллаборации доказательных психологов [17], из 100 оригинальных экспериментальных исследований в области социальной психологии другим группам удалось воспроизвести не более 39 экспериментов.

Эти факты не позволяют корректно организовать социопсихологические исследования природы консенсуса для больших групп, например, ТК. В связи с изложенным, целесообразно исследовать феномен группового решения в социальных группах, используя методологию моделирования, которая не ограничена числом участников группы. «Хорошая» математическая консенсусная модель, использующая имитационное моделирование, свободна от этих системных дефектов.

МЕТОДЫ И МАТЕРИАЛЫ

Математическая модель достижения консенсуса в социальной группе на основании марковских цепей впервые была предложена Де Гроотом [18]. Модель построена на предположении, что участники обмениваются мнениями и могут влиять на мнение других членов группы в процессе обсуждения. Процесс группового функционирования рассматривается как решение группой стоящей перед ней задачи. Таким образом, модель описывает взаимное отношение участников группы при согласовании по некоторому вопросу.

Приведем основные положения этой модели. Пусть группа состоит из n членов, которые участвуют в обсуждении; $\mathbf{S}(0) = (s_{01}, \dots, s_{0n})$ – начальные мнения членов группы, где s_{0i} – начальное мнение i -го члена. Участники группы обмениваются между собой мнениями относительно значений \mathbf{S} . Как было отмечено, мнение каждого из них может меняться в процессе согласований. Вводя вероятность доверия i -го участника процесса к мнению j -го через $(i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n)$, формируется квадратная матрица доверия $\mathbf{P} = (p_{ij})$, которая меняется на каждом этапе процесса согласования. Таким образом, мнение каждого участника в каждом следующем согласовании представляет линейную комбинацию всех мнений членов группы в данный момент, т.е. модель характеризует взаимное влияние участников группы друг на друга. Представленные вероятности матрицы доверия \mathbf{P} для каждого члена группы можно получить путем нормировки в рамках каждой строки матрицы, каждый элемент которой получен путем экспертной оценки компонент, разработанных Ф. Фидлером и позже апробированных на множестве лабораторных экспериментов [19]. Описанная модель согласуется с изложенной в работе социального психолога Д. Хоманса, в которой предложена схема функционирования социальных групп на основе обмена полезностями и информацией [20].

В социальной психологии переговорный процесс также описывается «...как особого типа коммуникативное взаимодействие. В рамках этой формы важнейшим аспектом

является достижение между сторонами соглашения в результате обмена мнениями за счет эффективной обратной связи, которое должно нормировать отношения сторон в дальнейшем» [21].

Матрица доверия \mathbf{P} является стохастической, т.е. сумма вероятностей в каждой ее строке равна 1. Для каждого этапа согласования вектор мнений членов группы вычисляется по формуле:

$$\mathbf{S}^T(1) = \mathbf{P} \cdot \mathbf{S}^T(0) = (s_{01}, \dots, s_{0n})^T. \quad (1)$$

После k -го шага согласований вектор мнений вычисляется по формуле:

$$\mathbf{S}^T(k) = (s_{k1}, \dots, s_{kn})^T = \mathbf{P} \cdot \mathbf{S}^T(k-1) = \mathbf{P}^k \cdot \mathbf{S}^T(0).$$

Итерационный процесс заканчивается на некотором m -ом шаге, когда все строки матрицы \mathbf{P}^m становятся одинаковыми. В результате матрица доверия \mathbf{P} после m итераций достигает финальной матрицы \mathbf{F} . В связи с тем, что финальная матрица \mathbf{F} при последующих итерациях не изменяется, не изменится и вектор мнений членов группы $\mathbf{S}^T(m) = \mathbf{P}^m \cdot \mathbf{S}^T(0) = (s_{m1}, \dots, s_{mn})^T$, т.е. получено согласованное групповое решение.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Математическая модель консенсуса в условиях наличия руководителя и лидера

Рассмотрим группу (ТК), в которой один участник, которому и только ему (кроме, как себе) доверяют остальные члены группы. Этот член группы является абсолютно авторитарным, доверяя только своему мнению. Тогда матрица доверия формируется из условий:

$$\exists i_0 = \overline{1, n}: p_{i_0 i_0} = 1;$$

$$\forall i \neq i_0: 0 < p_{ii} < 1; \forall j \neq i_0: p_{ij} = 0.$$

Этот случай свяжем с руководством как одним из типов доминирования: участник группы является абсолютно авторитарным, все члены группы ему доверяют через подчинение.

Второй случай управления в группе характерен тем, что имеется один участник, которому и только ему (кроме, как себе) доверяют остальные участники группы, но этот член группы не является авторитарным, доверяя остальным. Тогда матрица доверия формируется из условий:

$$\forall i = \overline{1, n}: 0 < p_{ii} < 1;$$

$$\exists i_0 = \overline{1, n};$$

$$\forall i \neq i_0, j \neq i_0: p_{ij} = 0.$$

Этот случай будем интерпретировать как лидерство² (одному участнику доверяют все члены группы, а он, в свою очередь, доверяет им).

В первом случае при абсолютной авторитарности члена группы в матрице доверия \mathbf{P} имеется поглощающее состояние, которое итерационный процесс покинуть не может [22]. Это значит, что мнение такого участника в результате согласований (итераций) не изменяется (в финальной матрице \mathbf{F} именно элемент $p_{i_0i_0}$ остается равным единице): консенсусное решение учитывает только мнение этого авторитарного члена группы – руководителя.

Рассмотрим пример с одной из возможных начальных матриц доверия \mathbf{P} , когда в группе имеется руководитель:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,4 & 0 & 0 & 0,6 \\ 0 & 0 & 0,3 & 0 & 0,7 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0,8 \\ \boxed{0 & 0 & 0 & 0 & 1} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

После первого согласования матрица доверия будет иметь следующий вид:

$$\begin{pmatrix} 0,25 & 0 & 0 & 0 & 0,75 \\ 0 & 0,16 & 0 & 0 & 0,84 \\ 0 & 0 & 0,09 & 0 & 0,91 \\ 0 & 0 & 0 & 0,04 & 0,96 \\ \boxed{0 & 0 & 0 & 0 & 1} \end{pmatrix}.$$

В результате итерационного процесса, описанного выше, начальная матрица доверия \mathbf{P} будет сходиться к финальной матрице \mathbf{F} вида:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В такой группе консенсус достижим. Важно, что в этом случае консенсусное решение учитывает лишь мнение руководителя, мнение остальных членов группы в итоговом решении игнорируется. Другими словами, руководитель формирует коллективное мнение на основе своего. Вспомним горькую поговорку: «Я начальник, ты – дурак». Матрица \mathbf{F} математически иллюстрирует эту ситуацию.

Проанализируем, как изменится структура консенсусного решения, если в этой группе заменить руководителя на

² С точки зрения социальной психологии мы рассматриваем демократический тип лидерства, который имеет преимущества перед другими ввиду наивысшей удовлетворенности группы, стремления к творчеству и наиболее благоприятных взаимоотношений с лидером [3].

лидера, которому доверяют члены группы, и при этом он доверяет членам группы (последняя строка матрицы (2)). Матрица \mathbf{P} характеризует не только взаимное влияние участников группы друг на друга, но и взаимное влияние лидера на членов группы и наоборот. Это согласуется с мнением социолога Дж.Хоманса: право оказывать влияние на других приобретается ценой разрешения другим влиять на себя [23]. Рассмотрим, например, следующую матрицу доверия:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,4 & 0 & 0 & 0,6 \\ 0 & 0 & 0,3 & 0 & 0,7 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0,8 \\ \boxed{0,2 & 0,2 & 0,2 & 0,2 & 0,2} \end{pmatrix}.$$

В этом случае финальная матрица будет \mathbf{F} иметь вид

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0,18 & 0,15 & 0,12 & 0,11 & 0,44 \\ 0,18 & 0,15 & 0,12 & 0,11 & 0,44 \\ 0,18 & 0,15 & 0,12 & 0,11 & 0,44 \\ 0,18 & 0,15 & 0,12 & 0,11 & 0,44 \\ 0,18 & 0,15 & 0,12 & 0,11 & 0,44 \end{pmatrix}.$$

Эта матрица \mathbf{F} свидетельствует о том, что сформировалось коллективное мнение за счет вклада каждого члена группы, причем вклад лидера превалирует, но не является определяющим. Как отмечено в работе [23], при теоретическом анализе группового поведения выдвижение на лидерскую позицию обусловлено, в конечном счете, эффективностью вклада члена группы в решение групповой задачи. Ясно, что в этом случае консенсус становится более равновесным (гармоничным, взвешенным).

Проанализируем изменения времени достижения консенсуса при наличии в группе руководителя (абсолютно доминанта) и лидера группы.

Анализ времени достижения консенсуса в социальной группе при наличии в ней руководителя

Построим математическую модель доминирования для случаев, когда число членов в группе варьируется от 5 до 20. В работе [24] показано, что число членов в группе больше 20 не оптимально с точки зрения числа согласований до наступления консенсуса при прочих равных условиях.

Оценим время сходимости матрицы мнений \mathbf{P} к финальной матрице $\mathbf{F} = \mathbf{P}^m$. Это время определяется необходимым числом m итераций (обсуждений в рамках группы) для формирования консенсуса. Математически m определяется как степень матрицы \mathbf{P} , при которой в финальной матрице \mathbf{F} элементы внутри каждого столбца j удовлетворяют условию $|p_{ij} - p_{kj}| < \varepsilon$ для всех i, k

$(j, i, k = \overline{1, 20})$. Величину m будем рассчитывать из условия $\varepsilon = 0,01$.

Для моделирования примем следующие начальные данные: $n = 20$ – число членов в социальной группе, m – число согласований до достижения консенсуса (т.е. время достижения консенсуса), среди членов один абсолютно авторитарный участник (руководитель). Моделирование состояло из нескольких этапов:

На первом этапе были выбраны уровни изменения n – числа членов группы:

1-й уровень: $n = 5$; 2-й уровень: $n = 10$; 3-й уровень: $n = 20$.

На втором этапе выбиралась вероятность p_{ii} , которая задает вероятность доверия участника к себе (назовем ее уровнем авторитарности). Для руководителя в условиях доминирования $p_{nn} = 1$, поэтому выделены следующие уровни авторитарности для остальных участников группы p_{ii} при $i = \overline{1, n-1}$:

1-й уровень: $p_{ii} = 0,20 \div 0,30$;

2-й уровень: $p_{ii} = 0,45 \div 0,55$;

3-й уровень: $p_{ii} = 0,65 \div 0,75$;

4-й уровень: $p_{ii} = 0,85 \div 0,95$;

Уровень авторитарности p_{ii} , близкий к 1, характеризует поведение человека, почти не склонного к компромиссу, а значение p_{ii} близкое к 0, характеризует поведение конформиста с отсутствием собственной устойчивой позиции в переговорах и, соответственно, доверием в большей степени чужому мнению, чем своему. Поведенческие

черты разных членов группы нашли отражение в условиях моделирования $0,20 \leq p_{ii} \leq 0,95$.

На третьем этапе для каждого уровня n проведено моделирование элементов p_{ii} матрицы P при помощи равномерного закона распределения с параметрами, указанными на втором этапе моделирования для p_{ii} . Оставшиеся члены матрицы рассчитывались следующим образом: $p_{ij} = 0$ при $i \neq j \neq n$ и $p_{in} = 1 - p_{ii}$ для любого $i = \overline{1, n-1}$. Таким образом, достигнуто условие равенства единице суммы вероятностей с учетом p_{ii} в рамках каждой строки, т.е. матрица P становится стохастической:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & 0 & 0 & 0 & 1 - p_{11} \\ 0 & p_{22} & 0 & 0 & 1 - p_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & p_{n-1, n-1} & 1 - p_{n-1, n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для получения устойчивых выводов в отношении среднего числа m согласований при изменении других параметров при каждом фиксированном уровне факторов проводилось 100 моделирований в среде Excel [25].

На рис. 1 представлена зависимость числа согласований (итераций) m от числа членов группы при наличии в группе руководителя.

Интересно, что число членов группы в этом случае слабо влияет на количество согласований при остальных равных условиях.

Однако в условиях, когда средняя авторитарность группы велика и практически соизмерима с авторитарностью руководителя, среднее число согласований резко возрастает

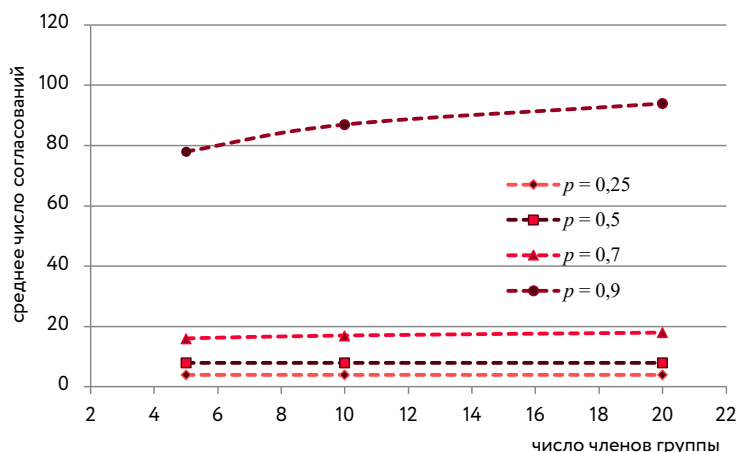


Рис. 1. Зависимость среднего количества согласований m от числа членов группы n при различных средних уровнях авторитарности p при наличии руководителя в группе

ет (верхняя кривая на рис. 1). При этом, если хотя бы один из членов группы, помимо руководителя, авторитарен, то они образуют коалиции, и консенсус недостижим [26].

Значимое влияние на среднее число согласований до достижения консенсуса оказывает авторитарность членов группы (рис. 2). Видно, что при авторитарности членов группы, близкой к 1, число согласований гиперболически возрастает. Регрессионная зависимость имеет вид

$$\hat{m} = \frac{8,1}{1-p},$$

где \hat{m} – среднее число согласований, p – средняя авторитарность членов группы; коэффициент детерминации $R^2 \approx 0,97$ отражает 97%-ный вклад влияния авторитарности членов группы в модель. В случае, когда средняя авторитарность членов $p = 1$, получаем группу, состоящую из абсолютно авторитарных участников (т.е. группу руководителей как частный случай из $(n + 1)$ -й коалиции), в такой группе консенсус принципиально невозможен, что и демонстрирует регрессионная модель.

Отметим, что результаты моделирования показали слабую вариабельность числа согласований при низком среднем уровне авторитарности группы (среднее квадратичное отклонение составило порядка $\sigma \approx 0 \div 0,4$ согласований на 100) и более сильную вариабельность при высоком среднем уровне авторитарности группы (среднее квадратичное отклонение достигало $\sigma \approx 16,8$ согласований на 100) [27]. Таким образом, при наличии авторитарного руководителя в группе не более 20 человек время достижения консенсуса слабо зависит от численности группы. Средняя авторитарность членов группы сказывается на среднем числе согласований в большей степени, особенно когда $p > 0,7$.

Анализ времени достижения консенсуса в социальной группе при наличии в ней лидера

Выше были приведены условия и этапы моделирования, которых будем придерживаться при моделировании случая наличия лидера в группе. Предположим, что он оказывает равное доверие всем членам группы, т.е. матрица P моделирования имеет вид:

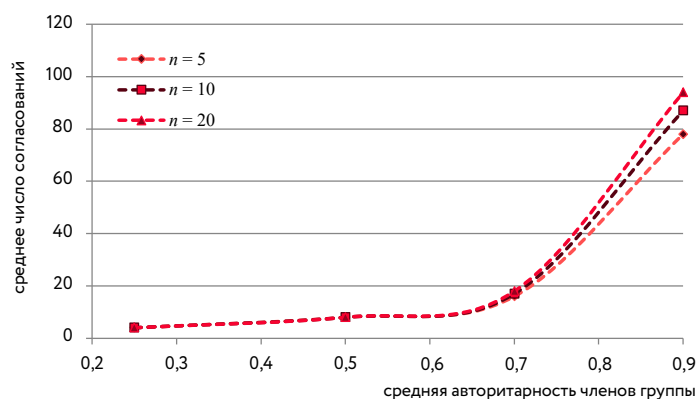


Рис. 2. Зависимость среднего количества согласований m от средней авторитарности членов группы при различном числе членов n при наличии руководителя в группе

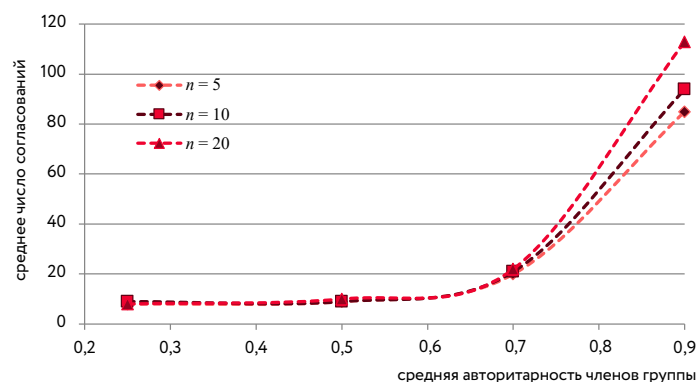


Рис. 3. Зависимость среднего количества согласований m от средней авторитарности членов группы при различном числе членов n при наличии лидера

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & 0 & 0 & 0 & 1 - p_{11} \\ 0 & p_{22} & 0 & 0 & 1 - p_{22} \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & p_{n-1, n-1} & 1 - p_{n-1, n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

В этом случае число согласований в среднем больше, чем в случае наличия руководителя в группе (рис. 2, 3).

Так же, как и для случая руководителя в группе, наблюдается гиперболически связь числа согласований со средней авторитарностью членов группы (рис. 3). Регрессионная зависимость имеет вид: $\hat{m} = \frac{9,2}{1-p}$, где \hat{m} – среднее число согласований, p – средняя авторитарность членов группы; коэффициент детерминации $R^2 \approx 0,96$ отражает 96%-ный вклад влияния авторитарности членов группы в модель.

Результаты моделирования показали более выраженную вариабельность числа согласований при наличии лидера по сравнению с руководителем при прочих равных факторах: в условиях авторитарного руководителя среднее квадратичное отклонение составило порядка $\sigma \approx 1,7 \div 1,8$ согласований на 100, а в условиях лидерства среднее квадратичное отклонение достигало $\sigma \approx 23,8$ согласований на 100. Таким образом, в среднем при наличии лидера время достижения консенсуса затягивается, хотя не значительно, по сравнению с авторитарным руководителем, и подвержено большей вариабельности. В социальной психологии известно, что лидерство как явление даже в малых группах менее ста-

бильно, чем руководство, и зависит от группы [3]. В настоящей работе показано, что авторитарность членов группы служит одним из важнейших индикаторов, который существенно сказывается на вариабельности числа согласований: высокая авторитарность членов группы ведет к снижению лидерских позиций по отношению к коллективу, задавая тем самым менее предсказуемый по числу согласований процесс до формирования коллективного мнения. Но, как было отмечено выше, коллективное решение при наличии лидера в группе формируется с учетом вклада мнения каждого члена группы. Тем самым подтверждается, что лидерство – более сложная система отношений в группе, в отличие от руководства, что отмечалось в полевых условиях ранее для малых групп [3].

Сравнение числа согласований при наличии руководителя и лидера в группе

Результаты моделирования для сравнительного анализа, сведенные в табл. 2, представлены для следующих случаев:

- руководство: один участник, которому и только ему доверяют все члены группы, при этом он не доверяет никому в группе;
- лидерство: участник, которому и только ему доверяют все члены группы, при этом он, в свою очередь, доверяет членам группы;
- однородный коллектив: все члены группы равновероятно оказывают доверие остальным (отсутствуют руководитель и лидер).

Таблица 2

Результаты моделирования для среднего числа согласований m для случаев: наличие руководителя, лидера и однородного коллектива

ЧИСЛО ЧЛЕНОВ ГРУППЫ n	СРЕДНЯЯ АВТОРИТАРНОСТЬ ЧЛЕНОВ	СРЕДНЕЕ ЧИСЛО СОГЛАСОВАНИЙ		
		РУКОВОДСТВО	ЛИДЕРСТВО	ОДНОРОДНЫЙ КОЛЛЕКТИВ
5	0,25	4	8	4
5	0,5	8	9	7
5	0,7	16	20	15
5	0,9	78	85	65
10	0,25	4	9	5
10	0,5	8	9	10
10	0,7	17	21	20
10	0,9	87	94	90
20	0,25	4	8	7
20	0,5	8	10	13
20	0,7	18	22	26
20	0,9	94	113	116

В малой группе ($n = 5$) наличие руководителя несколько снижает скорость достижения консенсуса в группе по сравнению с однородным коллективом. Наличие лидера еще более снижает скорость достижения консенсуса. Возрастание средней авторитарности членов группы увеличивает время достижения консенсуса.

Рост числа членов группы влияет на время достижения консенсуса таким образом, что наличие руководителя увеличивает скорость достижения консенсуса по сравнению с однородным коллективом; скорость достижения консенсуса в группе при наличии лидера не сказывается на существенном изменении числа согласований. В отличие от случая с руководителем, в ситуации с лидером среднее число согласований на 13,5% больше (при прочих равных условиях). Дополнительный анализ показал, что наличие руководителя в группе существенно снижает вариабельность количества согласований до консенсуса. В этом случае вариабельность числа согласований минимальная, но групповое решение, как уже отмечалось, обеспечивается только мнением руководителя. Поэтому с практической точки зрения появление/формирование в группе лидера обеспечивает качественное и относительно быстрое консенсусное решение (в сравнении с однородным коллективом).

В области социальной психологии работы практически не воспроизводятся [2]. Тем самым построенная теоретическая модель и результаты статистического моделирования позволяют восполнить такого рода пробелы и служат определенным обоснованием практических выводов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе моделирования консенсусного решения показано, что лидер в группе, например, в ТК обеспечивает более взвешенное, более гармоничное решение, учиты-

вающее позиции других членов. Настоящее исследование демонстрирует известное в психологии (для малых групп) различие между поведением руководителя и лидера в группе (в организации).

Построенные регрессионные модели показали, что в ситуации с лидером в отличие от руководителя среднее число согласований на 13,5% больше (при прочих равных условиях). При этом присутствие лидера в группе (ТК) существенно повышает вариабельность числа согласований до консенсуса в отличие от ситуации с наличием руководителя. Однако в этом случае консенсус основывается только на мнении самого руководителя, т.е. качество группового решения остается низким. Наличие члена группы с лидерской позицией в ней способствует формированию коллективного мнения: лидер влияет на мнение и действия членов группы, а не просто перетягивает «канат» на себя, как в случае руководства. Лидер направляет команду, организует ее деятельность и мотивирует, а не принуждает к каким-либо действиям и не навязывает собственную позицию. Таким образом, когда возрастает численность группы (ТК), роль лидерства в формировании коллективного мнения усиливается.

Авторитарность членов группы сказывается на скорости достижения консенсуса (в обоих случаях: наличие руководителя или лидера): чем выше авторитарность группы, тем большее число согласований требуется для обеспечения консенсуса.

Результаты исследования важны для объяснения социальной динамики в большой группе с числом участников существенно больше пяти человек и могут быть учтены в рамках деятельности технических комитетов по стандартизации, которые можно рассматривать как социальные группы определенной направленности.

Список использованных источников и литературы

1. Спивак В.А. Организационное поведение и управление персоналом. – СПб, 2001. 416 с.
2. Myers, D. Social Psychology. – New York, 2010. – 793 p.
3. Краснов А.В. Социальная психология: психология малых групп. – Пермь, 2020. – 88 с.
4. Кудряшова Е.В. Лидер и лидерство. Исследование лидерства в современной западной общественно-политической мысли. – Архангельск, 1996. – 252 с.
5. Northouse Peter G. Leadership: Theory and Practice. – Ninth edition. SAGE Publication, 2022. – 528 p.
6. Мюппей К. Харизма лидера. Как мотивировать на успех свою команду. – М.: Byblos, 2020. – 260 с.
7. Kotter J.P. A Force for Change: How Leadership Differs from Management. In book: Northouse Peter G. Leadership: Theory and Practice. Ninth edition. SAGE Publication, 2022. – 600 p.
8. Аронов И., Мельникова Т. Феномен лидерства в менеджменте с точки зрения современной психологии. Proceedings / 12-th International Conference Life Cycle Engineering and Management. ICDQM-2021. Prievor, Serbia, June 24–25, 2021.
9. Сунь – цзы. Искусство войны. – М.: Центрполиграф, 2018. – 192 с.
10. Кричевский Р.Л., Дубовская Е.М. Психология малой группы. – М.: Изд-во МГУ, 1991. – 205 с.
11. Warren, B. On becoming a leader. – New York, 2009. – 295 p.
12. Руководство ИСО/МЭК 2. Стандартизация и смежные виды деятельности. Общий словарь. ISO/IEC GUIDE 2:2004 – Geneva. 2004. – 60 p.

13. Аронов И.З., Максимова О.В., Зажигалкин А.В. Исследование времени достижения консенсуса в работе технических комитетов по стандартизации на основе регулярных марковских цепей // Компьютерные исследование и моделирование. 2015. Т.7. № 4. С. 941–950. DOI:10.20537/2076-7633-2015-7-4-941-950.
14. Ломакин М.И., Докукин А.В. Эволюция методики оценки эффективности деятельности технических комитетов по стандартизации // Информационно-экономические аспекты стандартизации и технического регулирования. 2021. № 2 (60). С. 162–166.
15. Moscovici, S. and Zavalloni, M. The group as a polarizer of attitudes // Journal of Personality and Social Psychology, 1969, Vol. 12, Pp. 125–135.
16. Аронов И.З., Максимова О.В. Моделирование достижения консенсуса в условиях доминирования в социальной группе // Компьютерные исследование и моделирование. – 2021. – Т. 13, № 5. – С. 161–171.
17. Open science collaboration. Estimating the reproducibility of psychological science. Science 349. 2015. № 6251. – 55 p.18.
18. DeGroot M.H. Reaching a Consensus // Journal of the American Statistical Association. 1974. Vol. 69, N 345. Pp. 291–293. DOI:10.1080/01621459.1974.10480137
19. Fiedler, F. E. Cognitive resources and leadership performance. Applied Psychology. 1995. Vol. 44. Pp. 5–28.
20. Хоманс Дж. Социальное поведение как обмен. Современная зарубежная социальная психология. – М.: Издательство Московского университета. 1984. С. 82–91.
21. Амяга Н.В., Аймаутова Н.Е., Онзимба Ленюно Ж.Б. Обратная связь в исследованиях межличностного взаимодействия // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Социология. 2014. № 3. С. 207–215.
22. Kemeny J. G., Snell J. L. Finite Markov chains. –The University Series in Undergraduate Mathematics. – Princeton: Van Nostrand, 1960. – 210 p.
23. Homans, George C. The Human Group. – New York: Harcourt, Brace & World, 1950. P. 275–279. DOI:10.1007/978-3-658-21742-6_63
24. Zazhigalkin A.V., Aronov I.Z., Maksimova O.V., Papic L. Control of consensus convergence in technical committees of standardization on the basis of regular Markov chains model. Springer India: International Journal of Systems Assurance Engineering and Management, 2019. No.1. P. 1-8. DOI: 10.1007/s13198-019-00765-1
25. Efron B., Tibshirani R. Statistical Data Analysis in the Computer Age/ Science, New Series: Vol. 253. No. 5018. (Jul. 26, 1991). P. 390–395.
26. Maksimova O.V., Aronov I.Z. Study of Factors Influence on the Variability of Time for Consensus Building in Coalitions Based on Regular Markov Chains. International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences, 2021.No.6 (4). P. 1076–1088. DOI:10.33889/IJMEMS.2021.6.4.063
27. Тьюки Дж. Анализ результатов наблюдений. Разведочный анализ. – М.: Мир, 1981. – 696 с.

MATHEMATICAL MODEL OF CONSENSUS IN A SOCIAL GROUP IN THE PRESENCE OF A LEADER AND A LEADER

Aronov I.Z., Doctor of Technical Sciences, Professor, MGIMO University, FSBI «RST»

Maksimova O.V., candidate of technical sciences, Yu.A. Izrael Institute of Global Climate and Ecology, National University of Science and Technology «MISiS»

The article examines the question of how the time to reach a consensus and its variability change under the conditions of the appearance of a leader or head in a group, and what factors influence the structure of a consensus decision in each case, based on modeling using the Markov chain model.

From the simulation results, it is concluded that the presence of a leader in the group provides a more balanced decision, taking into account the positions of other members of the group. If there is a head in it, consensus is achieved on average in a smaller number of approvals (all other things being equal), but the consensus decision is based only on the opinion of the head himself, i.e. the quality of the solution is low. It was found that the variability of the average number of agreements in a group is greater for the case of the presence of a leader in it compared with the presence of a head. This confirms that leadership is a system of relations in a group, in contrast to direction. The authoritarianism of group members, as one of the determining factors, affects the speed of reaching consensus in both cases (the presence of a leader or a head): the higher the average authoritarianism of the group, the greater the number of agreements on average required to achieve consensus. The constructed regression models of the number of approvals before reaching

consensus from the average authoritarianism of the group members have a hyperbolic form. They show the number of approvals in a situation with a leader is on average 13.5% more than in a situation with a leader (all other things being equal).

The simulation results allow us to generalize the known facts of group dynamics in small groups to the case of large social groups.

Keywords: *consensus, leader, head, social groups, Markov chains, time to reach consensus.*

References

1. Spivak V.A. Organizational behavior and personnel management. – Saint Petersburg: Piter, 2001. – 416 p. [in Russian].
2. Myers, D. Social Psychology. – New York, 2010. – 793 p.
3. Krasnov A. V. Social psychology: psychology of small groups. – Perm, 2020. – 88 p. [in Russian].
4. Kudryashova Ye.V. Study of leadership in modern western socio-political thought. – Arkhangelsk, 1996 [in Russian].
5. Northouse Peter G. Leadership: Theory and Practice. – Ninth edition. SAGE Publication, 2022. – 528 p.
6. Murray K. Charismatic Leadership: The Skills You Can Learn to Motivate High Performance in Others. – Moscow: Byblos 2020. – 260 p. [in Russian].
7. Kotter J.P. A Force for Change: How Leadership Differs from Management. In book: Northouse Peter G. Leadership: Theory and Practice. Ninth edition. SAGE Publication, 2022. – 600 p.
8. Aronov I., Melnikova T. The phenomenon of leadership in management from the point of view of modern psychology. Proceedings / 12-th International Conference Life Cycle Engineering and Management. ICDQM-2021. June 24–25, 2021, Prievor, Serbia. – 389 p. [in Russian].
9. Sun Tzu The Art of War. – Moscow: Tsentrpoligraf, 2018. – 192 p. [in Russian].
10. Krichevsky R.L., Dubovskaya E.M. Psychology of a small group. – Moscow: From to Moscow State University, 1991. – 205 p. [in Russian].
11. Warren, B. On becoming a leader. – New York, 2009. – 295 p.
12. ISO/IEC Guide 2: Standardization and related activities. General dictionary. ISO/IEC GUIDE 2:2004. – Geneva. 2004. – 60 p.
13. Aronov I.Z., Maksimova O.V., Zazhigalkin A.V. Study of the time to reach consensus in the work of technical committees for standardization based on regular Markov chains/ Computer Research and Modeling. 2015. T.7. № 4. P. 941–950 [in Russian]. DOI:10.20537/2076-7633-2015-7-4-941-950.
14. Lomakin M.I. Dokukin A.V. Evolution of the methodology for evaluating the effectiveness of the activities of technical committees for standardization // Information and economic aspects of standardization and technical regulation. 2021. № 2 (60). Pp. 162–166. [in Russian].
15. Moscovici, S. and Zavalloni, M. The group as a polarizer of attitudes // Journal of Personality and Social Psychology, 1969, Vol. 12, Pp. 125–135.
16. Aronov I.Z., Maksimova O.V. Modeling consensus building in conditions of dominance in a social group // Computer Research and Modeling. 2021. T. 13. № 5. P. 1067–1078. [in Russian]. DOI:10.20537/2076-7633-2021-13-5-1067-1078
17. Open science collaboration. Estimating the reproducibility of psychological science. Science 349 2015. № 6251. – 55 p.
18. DeGroot M.H. Reaching a Consensus // Journal of the American Statistical Association. 1974. Vol. 69, N 345. P. 291–293. DOI:10.1080/01621459.1974.10480137
19. Fiedler, F.E. Cognitive resources and leadership performance. Applied Psychology. 1995. Vol. 44. Pp. 5–28.
20. Homans Dzh. Social behavior as an exchange. Modern foreign social psychology/ Moscow: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta. 1984. – Pp. 82–91 [in Russian].
21. Amyaga N.V., Aymautova N.E., Onzimba Lenyungo J.B. Feedback in the study of interpersonal interaction // Vestnik Rossiyskogo universiteta druzhby narodov. Seriya: Sotsiologiya. 2014. Vol. 3. P. 207–215. [in Russian].
22. Kemeny J.G., Snell J.L. Finite Markov chains. – The University Series in Undergraduate Mathematics. – Princeton: Van Nostrand, 1960. – 210 p.
23. Homans, George C. The Human Group. – New York: Harcourt, Brace & World, 1950. Pp. 275–279. DOI:10.1007/978-3-658-21742-6_63
24. Zazhigalkin A.V., Aronov I.Z., Maksimova O.V., Papic L. Control of consensus convergence in technical committees of standardization on the basis of regular Markov chains model. Springer India: International Journal of Systems Assurance Engineering and Management, 2019. No.1.P. 1-8. DOI:10.1007/s13198-019-00765-1
25. Efron B., Tibshirani R. Statistical Data Analysis in the Computer Age/ Science, New Series: Vol. 253. No. 5018. (Jul. 26, 1991). Pp. 390–395.
26. Maksimova O.V., Aronov I.Z. Study of Factors Influence on the Variability of Time for Consensus Building in Coalitions Based on Regular Markov Chains. International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences, 2021. No. 6 (4). Pp. 1076–1088. DOI:10.33889/IJMMS.2021.6.4.063
27. Tukey J. Analysis of the results of observations. Exploratory analysis. – Moscow: Mir, 1981. [in Russian].